

Gelişmiş EEG tabanlı beyin bilgisayar arayüzleri için elektroensefalografik beyin aktivitesinin saklı Markov modeli

A hidden Markov model of electroencephalographic brain activity for advanced EEG-based brain computer interfaces

Hilmi Yanar¹, Yuriy Mishchenko²

¹Fizik Bölümü, Mersin üniversitesi, Mersin, Türkiye
{hilmiyanar}@mersin.edu.tr

²Bilgisayar ve Yazılım Mühendisliği Bölümü, Toros üniversitesi, Mersin, Türkiye
{yuriy.mishchenko}@toros.edu.tr

Özetçe —Beyin bilgisayar arayüzü sistemlerindeki öznelik vektörlerinin yüksek boyutlu olması, eğitim verilerinin az olması ve EEG sinyalinin zamanla değişmesi, beyin bilgisayar arayüzlerinin klinik uygulamalarındaki kullanımını oldukça sınırlandırır. Dinamik model kullanan veri işleme yaklaşımlarının bu sorunları çözmek için faydalı olabileceği beklenmektedir. Bu çalışmada EEG tabanlı beyin bilgisayar arayüzleri için EEG sinyalinin dinamik saklı Markov modelinin (Hidden Markov Model) geliştirilmesi amaçlanmıştır. EEG sinyalinin dinamik saklı Markov modeli geliştirilip sunulmuş ve bu modelin parametrelerinin gerçek verilerden nasıl hesaplanabileceği belirtilmiştir.

Anahtar Kelimeler—EEG, Beyin-Bilgisayar Arayüzleri, Saklı Markov Modeli.

Abstract—The high dimensionality of typical feature spaces, small size of training data, and time-varying nature of EEG signals are the current difficulties of brain computer interfaces that significantly limit their applications in clinical practice. Brain-computer interface data processing approach using dynamic models can be expected to be useful for solving these problems. In this study we aim to develop a dynamic Hidden Markov Model of EEG signals for the use in EEG-based brain computer interfaces. We present a dynamic Hidden Markov Model of EEG signals and develop the algorithm for calculating its parameters from real data.

Keywords—EEG, Brain-Computer Interfaces, Hidden Markov Model

I. GİRİŞ

Noninvaziv bir biçimde elde edilen beyin aktivitelerini kullanarak beyin ile bilgisayar arasında doğrudan iletişim kuran EEG tabanlı beyin bilgisayar arayüzlerinin (EEG-BBA) gelişimi, P300 olarak adlandırılan olaya ilişkin potansiyellerin bulunması ile başlamıştır [1]–[4]. P300, denegin

uyarıcıya dikkatini vermesinden sonra 300-500 ms içinde EEG sinyalindeki pozitif sapmadır. Bu EEG olgusu kullanılarak en temel BBA sistemi geliştirilmiştir [5]. EEG-BBA üzerine yapılan çalışmaları iki sınıfta toplamak mümkündür. Bunlardan birincisi, bir bilgisayar ekranı üzerindeki imlecin hareketini kontrol etmeyi sağlayan BBA çalışmaları [7]–[12], ikincisi ise ham EEG verilerinden belirli zihinsel durumların ayrıştırılmasını sağlayan BBA'lerinin geliştirilmesi için yapılan çalışmalardır [13]–[18]. Birinci tip çalışmalarda BBA'lerinde, bilgisayar ekranındaki imlecin hareketi için deneklerin eğitilmesini gerektiren EEG sinyalleri ve bu EEG sinyalleri ile imlecin hareketini birbirine bağlayan çizgisel model kullanılmıştır. İkinci tip çalışmalar ise deneklerin eğitilmesini gerektirmeyen EEG sinyalleri ve makine öğrenme sınıflandırma modelleri kullanan BBA çalışmalarıdır. Son yıllarda sınıflandırma modelleri kullanan BBA çalışmaları üzerine yoğunlaşmıştır. Çizgisel ayrıştırma analiz (Linear Discriminant Analysis (LDA)), destek vektör makineleri (Support vector machines, (SVM)), yapay sinir ağları (Artificial neural networks (ANN)) ve bulanık melez sinir ağları (Fuzzy hybrid artificial neural networks (FHANN)) gibi makine öğrenme modelleri kullanılan bu çalışmalarda, ham EEG verilerinden sağ/sol el parmakları ve ayak hareket düşünceleri gibi farklı üç zihinsel durumun %80-%90 [13]–[15], dört farklı zihinsel durumun ise %70-%90 arasındaki bir doğruluk oranında belirlenebildiği gösterilmiştir [16]. Ayrıca özneliklerden en etkili özneliklerin seçilip sınıflandırıcılarda kullanılması ile sınıflandırıcıların performansının artırılabilirliği bulunmuştur [17], [18]. Öznelik ön değerlendirme metodlarından Kullback-Leibler (KL) uzaklık metodunun kullanıldığı çalışmalarda üç farklı zihinsel durumun %94, dört farklı zihinsel durumun ise %70 doğruluk oranı ile belirlendiği bulunmuştur [17], [18].

EEG-BBA alanında yapılan bu önemli çalışmalara rağmen halen bazı ciddi sorunlar bulunmaktadır [19]. Bunlar: (i) Tek zihinsel durumu %100, üç farklı zihinsel durumu

%94 ve dört farklı zihinsel durumu ise %70 doğruluk oranı ile belirleyebilen mevcut EEG-BBA'leri, beş farklı zihinsel durumu genellikle belirleyememektedir. (ii) BBA sistemlerinde eğitim veri kümesinin boyutunun küçük olduğu bilinmektedir. Ancak bir hasta için günlerce süren seanslardan elde edilecek veri miktarının oldukça fazla olması, eğitim veri kümesinin boyutunun küçük olamayacağını gösterir. (iii) EEG sinyalleri zamana bağlı ve durağan olmayan sinyallerdir. Zamanla hızlıca değişen sinyal BBA makine öğrenmesi uygulamalarında gürültü olarak dikkate alınır ve böylece kötü sinyale sebep olan gürültü oranı (signal-to-noise ratio (SNR)) yaratır. (iv) Genel makine öğrenme yöntemlerini kullanan BBA sistemlerinde öznelik uzayı genellikle yüksek boyutludur. Eğitim kümelerinin sınırlı olması ile beraber bu durum, makine öğrenme sınıflandırıcılarının kötü performans sağlamasına neden olur.

Çok katmanlı algılayıcılar (MultiLayer Perceptrons) gibi statik sınıflandırıcıları kullanan genel makine öğrenme veri işleme yaklaşımlarında bu sorunları çözmek oldukça zordur. Eğer sadece ERP EEG sinyalini modellemek için olmayan bir de pasif (background) EEG sinyalindeki değişimleri açıklayabilen EEG sinyalinin dinamik modeli geliştirilirse, EEG sinyalinden pasif durumdaki değişim daha iyi dikkate alınıp EEG sinyalinin gürültüsü azaltılabileceği ve SNR durumu iyileştirilebilecektir [20]–[22]. Bu nedenle bu çalışmada, bahsedilen problemlerin üstesinden gelmek için EEG sinyallerinin, dinamik bir sınıflandırıcı modeli olan, nörofizyolojik temelli saklı Markov modelini (Hidden Markov Model (HMM)) geliştirmek amaçlanmaktadır. Çalışmada, EEG sinyallerinin nörofizyolojik temelli saklı Markov model betimi yapılmakta, modelde yer alan parametrelerin nasıl tahmin edilebileceği ve parametrelerin tahmin edilmesi için gerekli olan saklı durum örneklerinin nasıl üretilebileceği açıklanmaktadır.

II. MODELİN BETİMİ

EEG cihazından elde edilen elektroensefalografik beyin aktivitesinin dinamiğini açıklamak için kullanılacak model bir saklı Markov modeli olup, EEG sinyalini (gözlenen durumlar) ve EEG sinyal kaynaklarını (saklı durumlar) modelleyecek biçimde iki kısımdan oluşur.

i) EEG Sinyal Modeli:

Nörofizyoloji açısından EEG sinyali, beyin korteksinde yaklaşık olarak 1 mm boyutta lokal kaynakların elektrik aktivitesinin belirlenen görüntüsü olarak düşünülebilir. Kortekste yerel (local) kaynaklar, kortekste yerleşen alanlarda gelişen büyük nöral popülasyonların senkronize aktivitesine bağlı olan sinaptik akımların toplamıdır. Bu durumda üretilen net elektrik sinyali kaynaklardan beyin dokusuna dışarı doğru yayılır ve kafa yüzeyinde uzaysal büyük olan birçok EEG elektrotlarında dağıtılmış elektrik potansiyel sapsması üretir. Dolayısıyla EEG elektrotlarında görüntülenen sinyal, akım kaynaklarında üretilen temel elektrik sinyallerinin karışımı olarak düşünülebilir. Bu durumda kafa yüzeyindeki EEG sinyali, akım kaynaklarının aktivitesinin doğrusal üst üste binmesi (Linear superposition) olarak aşağıdaki biçimde temsil edilir:

$$E_{\alpha}(t) = \sum_i A_{\alpha i} S_i(t) + \eta \quad (1)$$

Burada α ve i indisleri sırasıyla elektrotları ve kaynakları belirtir. $E(t)$, elektrotlardaki elektrik aktivitesini, $S(t)$, nöral popülasyonlardan oluşan merkezlerin anlık aktivite değişkeni ve A farklı kaynaklardan elde edilen elektrik sinyallerinin karışımını belirten "uzaysal" diye adlandırılan filtrenin matrisidir. η ise elektrotlardaki gürültüyü temsil eden normal dağılıma sahip rastgele değişkendir.

ii) EEG Sinyalinin Kaynak Modeli:

EEG sinyal kaynaklarını modellemek için kullanılacak, nöral alanlar çerçevesine dayalı denklem (Genelleştirilmiş Doğrusal Model, Generalized Linear Model - GLM)

$$S_i(t) = F(b_i + \sum_{i, \tau > 0} w_{ij}(\tau) S_j(t - \tau) + K_i \cdot X + \epsilon) + \delta \quad (2)$$

biçiminde tanımlanır. Burada τ sinaptik iletimdeki gecikme süresini ve b nöral popülasyonun oluşturduğu bir merkezin kendisinden kaynaklı elektriksel aktiviteyi betimler. w , nöral popülasyonlardan oluşan merkezler arasındaki etkileşime ağırlıklarını ifade eder. $K \cdot X$ terimi X değişkenle belirlenen herhangi bir dış duruma bağlı olan akım girişinin modülasyonunu temsil eder. X değişkeni, deney dış durumunu belirtmek için kullanılır. örneğin X , denek tarafından sağ ve sol el hareket düşünceleri gibi bir zihinsel halin belirli zamanda uygulanabilir veya uygulanamaz olduğunu belirten 1 ve 0 değerlerini kullanan bir değişkendir. ϵ ve δ ise sırasıyla sinaptik iletimde ve nöral aktivitede var olan gürültüyü temsil eden normal dağılıma sahip rastgele değişkenlerdir.

Denklem (2)'den görülebildiği gibi, bir merkezin elektrik aktivitesi diğer kaynakların aktivitelere doğrusal olmayan ateşleme fonksiyonu F ve bağlantı güçleri w 'lar yoluyla bağlanır. Ateşleme fonksiyonu F genel olarak Heaviside basamak fonksiyonu, sigmoid fonksiyonu ya da tanh fonksiyonu olarak ele alınır. Denklem (2)'de sunulan model, hem nöral popülasyonlardan oluşan bir merkezin kendisiyle etkileşmesi sonucu oluşan aktiviteyi ($i = j$ olması durumu), hem de merkezler arası etkileşme sonucu oluşan aktiviteyi ($i \neq j$ olması durumu) açıklayabilir. Nöral popülasyonlardan oluşan merkezlerin anlık ateşleme hızı S , ilgili merkeze akım girişi I ve ateşleme fonksiyonu F cinsinden aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$S_i(t) = F(I_i(t)) + \delta \quad (3)$$

Bu durumda Denklem (2) akımlar cinsinden de ifade edilebilir:

$$I_i(t) = b_i + \sum_{i, \tau > 0} w_{ij}(\tau) F(I_j(t - \tau)) + K_i \cdot X + \epsilon \quad (4)$$

Denklem (2), EEG sinyal kaynaklarının genel bir dinamik modeli olup, EEG sinyal kaynaklarının inhibitör (I) ve eksitator (E) kaynaklar cinsinden ifade edilebileceği ve inhibitör ile eksitator kaynaklar arasında etkileşim olacağı gerçeğinden yola çıkılarak özel olarak

$$\begin{pmatrix} S_i^I(t) \\ S_i^E(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F(b_i^I - \sum_i w_{ii}^{II}(1) S_i^I(t-1) + \sum_{i \neq j} w_{ij}^{EI}(1) S_j^E(t-1) + K_i^I \cdot X + \xi_i) \\ F(b_i^E + \sum_i w_{ii}^{EE}(1) S_i^E(t-1) - \sum_{i \neq j} w_{ij}^{IE}(1) S_j^I(t-1) + K_i^E \cdot X + \xi_i) \end{pmatrix} \quad (5)$$

biçiminde yazılır. Burada $\tau = 1$ en basit ilk yaklaşım olarak alınmıştır. Bu biçimde yukarıdaki modelimiz bir Markov modelidir.

III. EEG SİNYAL MODELİNİN PARAMETRELERİNİN TAHMİN EDİLMESİ

Denklem (1) ve Denklem (5)'de verilen modelin gerçek EEG verilerini açıklayabilmesi için parametrelerinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Bir HMM olan modelimizin gözlenen durumlarını veren Denklem (1) ve saklı durumlarını ifade eden Denklem (5)'deki parametrelerden oluşan θ parametre kümesinin tahmin edilebilmesi için beklenti ençoklama (Expectation Maximization, EM) yöntemi [23] kullanılmıştır. Bu yöntemde amaç, gözlem veri serisi E 'nin var olması durumunda olasılık dağılımı $P(\theta|E)$ 'ye göre maksimum olasılıkta olan θ parametre kümesini bulmaktır. Aslında bu durum var olan gözlem veri serisi E 'yi, $P(E|\theta)$ olasılıkla üretebilecek en olası θ parametre kümesini bulmakla eşdeğerdir. Dolayısıyla $P(E|\theta)$ olasılık dağılımını maksimum yapacak θ parametre kümesi aranır. Bizim modelimiz için $P(E|\theta)$ olasılık dağılımı Bayes teoremine göre;

$$P(E|\theta) = \frac{P(E, S|\theta)}{P(S|E, \theta)} \quad (6)$$

biçiminde yazılır. $P(E|\theta)$ olasılık dağılımını maksimize etmek için modelin saklı durumlarını oluşturan yani bilinmeyen S 'ler için örnekler üretilmelidir. Bunun için ilk olarak bir başlangıç parametre kümesi $\hat{\theta}$ seçilerek $P(S|E, \hat{\theta})$ olasılık dağılımından saklı durum zaman serisi S 'ler için örnekler üretilir. Bu örnekler kullanılarak Denklem (6)'daki olasılık dağılımının logaritmasının aritmetik ortalaması (beklenen değeri) bulunur;

$$\ln P(E|\theta) = Q(\theta|\hat{\theta}) - H(\theta|\hat{\theta}) \quad (7)$$

Burada

$$Q(\theta|\hat{\theta}) = \sum_S P(S|E, \hat{\theta}) \ln P(E, S|\theta) \quad (8)$$

$$H(\theta|\hat{\theta}) = \sum_S P(S|E, \hat{\theta}) \ln P(S|E, \theta). \quad (9)$$

Higgs eşitsizliğinin ($H(\theta|\hat{\theta}) \geq H(\hat{\theta}|\hat{\theta})$) kullanılması ile, $\ln P(E|\theta)$ 'yi maksimum yapmak için aslında $Q(\theta|\hat{\theta})$ 'nin maksimize edilmesi gerektiği bulunur. HMM'nin özelliklerinin kullanılması ile

$$Q(\theta|\hat{\theta}) = E_{P(S|E, \hat{\theta})} [\ln [P(S(0))P(E(0)|S(0), \theta) \times \prod_{t=1}^T P(E(t)|S(t), \theta)P(S(t)|S(t-1), \theta)]] \quad (10)$$

biçiminde bulunur. $\ln P(E(t)|S(t), \theta)$ ve $\ln P(S(t)|S(t-1), \theta)$ olasılık dağılımları sırası ile Gauss dağılımına sahip oldukları varsayımı yapılan η ve δ gürültüleriyle temsil edilirler:

$$\ln P(E(t)|S(t), \theta) = -\Lambda_e (E(t) - AS(t))^2 + sbt. \quad (11)$$

$$\ln P(S(t)|S(t-1), \theta) = -\Lambda_s \times (F^{-1}(S(t)) - (b + w(1))S(t-1) + K \cdot X)^2 + sbt. \quad (12)$$

Burada Λ_e ve Λ_s gürültü varyanslarıdır. Denklem (11) ve Denklem (12)'nin Denklem (10)'da kullanılması ile

$$Q(\theta|\hat{\theta}) = E_{P(S|E, \hat{\theta})} [-\Lambda_e \sum_t (E(t) - AS(t))^2 + sbt. - \Lambda_s \sum_t (F^{-1}(S(t)) - (b + w(1))S(t-1) + K \cdot X)^2] \quad (13)$$

parametre tahmini için kullanılacak $Q(\theta|\hat{\theta})$ fonksiyonunun ifadesi bulunur.

IV. SAKLI DURUMLARIN ÜRETİLMESİ

EM yönteminde parametre tahmini için kullanılan $Q(\theta|\hat{\theta})$ fonksiyonunun hesaplanabilmesi için saklı durum örnekleri kullanılmaktadır. Saklı durum örneklerini üretebilmek için İleri-Geri algoritması (Forward-Backward (FB) Algorithm) kullanılır. İleri geçiş için aşağıdaki algoritma kullanılır:

$$P(S(t+1)|E(1:t+1)) = \sum_{S(t)} [P(E(t+1)|S(t+1)) \times \frac{P(S(t+1)|S(t))}{P(E(t+1)|E(1:t))} P(S(t)|E(1:t))] \quad (14)$$

Bu algoritma, $P(S(1)|E(1))$ olasılık dağılımının bilinmesi durumunda $P(S(t)|E(1:t))$ olasılık dağılımından sonra gelen $P(S(t+1)|E(1:t+1))$ olasılık dağılımını bulmak için kullanılır. Geri geçiş için ise aşağıdaki algoritma kullanılır:

$$P(S(t), S(t+1)|E(T)) = P(S(t)|E(1:t)) \times \frac{P(S(t+1)|S(t))}{P(S(t+1)|E(1:t))} P(S(t+1)|E(T)) \quad (15)$$

Denklem (14) ve Denklem (15)'in kullanılmasıyla, Denklem (13)'ün hesaplanması için gerekli olan saklı durum zaman serisi örnekleri elde edilir. Ancak Denklem (14) ve Denklem (15) analitik olarak hesaplanamaz. Bunun için İleri-Geri algoritmaları, Sequential Monte Carlo yaklaşımı kullanılarak Matlab'da yazılımsal olarak uygulanacaktır.

V. SONUÇ

Öznetelik vektörlerinin yüksek boyutlu olması, eğitim verilerinin az olması ve EEG sinyalinin zamanla değişmesi, beyin bilgisayar arayüzlerinin kullanımını zorlaştırmaktadır. Bunun üstesinden gelmek için bu çalışmada EEG tabanlı beyin bilgisayar arayüzlerinde kullanılmak üzere EEG sinyalinin nörofizyoloji temelli dinamik saklı Markov modeli geliştirilmiştir.

EEG sinyalinin nörofizyoloji temelli dinamik saklı Markov modelleri, EEG tabanlı beyin bilgisayar arayüzü veri analizinde gürültü olarak dikkate alınan EEG sinyalinin zamanla değişkenliğini açıklayabilir ve sinyalden daha iyi gürültü çıkartmayı sağlayıp sinyal gürültü oranını (SNR) azaltabilir. Ayrıca sağ/sol el ve ayak hareketi gibi farklı zihinsel durumların EEG verileri için örnekleme ve optimizasyon adımlarının kullanılması ile elde edilecek EEG sinyal modelleri, EEG tabanlı beyin bilgisayar arayüzü kontrol sinyalinin tahmin etmede kullanılabilirler.

Bu çalışmada ele alınan modelin EEG sinyallerini açıklayabilmesi ve EEG tabanlı beyin bilgisayar arayüzlerinde kullanılabilmesi için modelin parametrelerinden oluşan parametre kümesi θ 'nın, EEG verileri kullanılarak tahmin edilmesi gerekmektedir. Parametre kümesi θ 'nın tahmin edilebilmesi için beklenti ençoklama (Expectation Maximization, EM) yöntemi kullanılmıştır. Bunun için Kesim III'de belirtildiği gibi ilk önce bir başlangıç parametre kümesi $\hat{\theta}$ seçilir ve $P(S|E, \hat{\theta})$ olasılık dağılımı kullanılarak saklı durum zaman serisi S için örnekler üretilir. Bu örnekler kullanılarak $Q(\theta|\hat{\theta})$ fonksiyonunu maksimum yapan θ aranır. Bu iteratif bir süreçtir. Bu durumda Parametre kümesi θ 'nın tahmin edilebilmesi problemi, $P(S|E, \hat{\theta})$ olasılık dağılımından örnekleme yapma ve $Q(\theta|\hat{\theta})$ fonksiyonunun optimizasyon problemlerine dönüşür.

$P(S|E, \hat{\theta})$ olasılık dağılımından örnekleme yapmak için ise Kesim IV'de belirtilen İleri-Geri algoritması (Forward-Backward Algorithm) kullanılacaktır. Bu algorithmda saklı durum $S(t)$ zinciri Markov sürecini ilk önce ileri yönde ve sonra geri yönde inceleme ile oluşturulur. Ancak İleri-Geri algoritmalarındaki hesaplar ve optimizasyon analitik olarak hesaplanamaz. Bunun için örnekleme adımı, "Sequential Monte Carlo" yaklaşımı kullanılarak Matlab'da uygulanacaktır. Ayrıca optimizasyon adımı da Matlab'daki optimizasyon araç kutusu yardımı ile gerçekleştirilecektir. Matlab'da oluşturulacak yazılımsal model gerçek EEG verileri üzerinde uygulanacaktır.

BİLGİLENDİRME

Bu araştırma TÜBİTAK ARDEB 1001 projesi 113E611, Toros üniversitesi BAP fonu projesi TUBAP 135001 ve Bilim Akademisi BAGEP burs ödülü tarafından desteklenmiştir.

KAYNAKÇA

- [1] R. M. Chapman, H. R. Bragdon, "Evoked responses to numerical and non-numerical visual stimuli while problem solving", *Nature* 203, 1155-1157, 1964.
- [2] S. Sutton, M. Braren, J. Zubin, E. R. John, "Evoked-potential correlates of stimulus uncertainty", *Science* 150, 3700, 1187-1188, 1965.
- [3] S. Sutton, P. Tuetting, J. Zubin, E. R. John, "Information delivery and the sensory evoked potential", *Science* 155, 3768, 1436-1439, 1967.
- [4] S. Sur, V. K. Sinha, "Event-related potential: an overview", *Ind. Psychiatry J.* 18(1), 70-73, 2009.
- [5] L. A. Farwell, E. Donchin, "Talking off the top of your head: toward a mental prosthesis utilizing event-related brain potentials", *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* 70, 510-523, 1988.
- [6] J. R. Wolpaw, D. J. McFarland, "Control of a two-dimensional movement signal by a noninvasive brain-computer interface in humans", *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 101, 17849-17854, 2004.
- [7] D. J. McFarland, W. A. Sarnacki, J. R. Wolpaw, "Electroencephalographic (EEG) control of three-dimensional movement", *J. Neural Eng.* 7, 036007 (2010).
- [8] D. J. McFarland, D. J. Krusienski, W. a Sarnacki, J. R. Wolpaw, "Emulation of computer mouse control with a noninvasive brain-computer interface", *J. Neural Eng.* 5, 101-110, (2008).
- [9] D. J. Mcfarland, J. R. Wolpaw, "Sensorimotor rhythm-based brain-computer interface (BCI): model order selection for autoregressive spectral analysis", *J. Neural Eng.* 5, 155-162, (2008).
- [10] E. V. C. Friedrich et al., "A scanning protocol for sensorimotor rhythm-based brain computer interface", *Biol. Psychol.* 80, 169-175, (2009).
- [11] D. J. McFarland, J. R. Wolpaw, "Brain-Computer Interface Operation of Robotic and Prosthetic Devices", *Computer (Long. Beach. Calif.)* 41, 52-56, (2008).
- [12] D. J. McFarland, J. R. Wolpaw, "Brain-Computer Interfaces for the Operation of Robotic and Prosthetic Devices", *Adv. Comput.* 79, 169-187, (2010).
- [13] B. Blankertz, G. Dornhege, M. Krauledat, K. Müller, G. Curio, "The non-invasive Berlin Brain-Computer Interface: Fast acquisition of effective performance in untrained subjects", *Neuroimage* 37, 539-550, 2007.
- [14] B. Blankertz et al., "The Berlin Brain-Computer Interface: Accurate Performance From First-Session Naive Subjects", *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 55, 2452-2462, 2008.
- [15] B. Blankertz, G. Dornhege, S. Lemm, M. Krauledat, G. Curio, K. R. Müller, "The Berlin Brain-Computer Interface: Machine Learning Based Detection of User Specific Brain States", *J. UCS*, 12(6), 581-607, 2006.
- [16] A. O. G. Barbosa, D. R. A. Diaz, M. M. B. R. Vellasco, M. A. Meggiolaro, R. Tanscheit, "Mental Tasks Classification for a Noninvasive BCI Application", *Lect. Notes Comput. Sci.* 5769, 495-504, 2009.
- [17] A. B. Benevides, T. F. B. Filho, M. Sarcinelli-Filho, "Pseudo-Online Classification of Mental Tasks Using Kullback-Leibler Symmetric Divergence", *J. Med. Biol. Eng.* 32, 411-416, 2012.
- [18] A. B. Benevides, T. F. Bastos, M. Sarcinelli-Filho, "A pseudo-online Brain-Computer Interface with automatic choice for EEG channel and frequency", *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, (Ieee, 2011), pp. 81-84, 2011.
- [19] F. Lotte, M. Congedo, A. Lecuyer, F. Lamarche, B. Arnaldi, "A review of classification algorithms for EEG-based brain-computer interfaces", *J. Neural Eng.* 4, R1 – R13, 2007.
- [20] W. Wu, Z. Chen, S. Gao, E. Brown, "A hierarchical Bayesian approach for learning sparse spatio-temporal decompositions of multichannel EEG", *Neuroimage* 56, 1929-1945, 2011.
- [21] P. Shenoy, R. P. N. Rao, "Dynamic Bayesian Networks for Brain-Computer Interfaces", *Advances in Neural Information Processing Systems*, pp. 1265-1272, 2004.
- [22] Ding, Mingzhou, and Dennis Glanzman, "The dynamic brain: an exploration of neuronal variability and its functional significance" Oxford University Press, USA, 2011.
- [23] J. A. Biles, "A Gentle Tutorial of the EM Algorithm and its Application to Parameter Estimation for Gaussian Mixture and Hidden Markov Models", *Int. Comput. Sci. Inst.* 4, 1-13, 1998.